

# In Action with Math

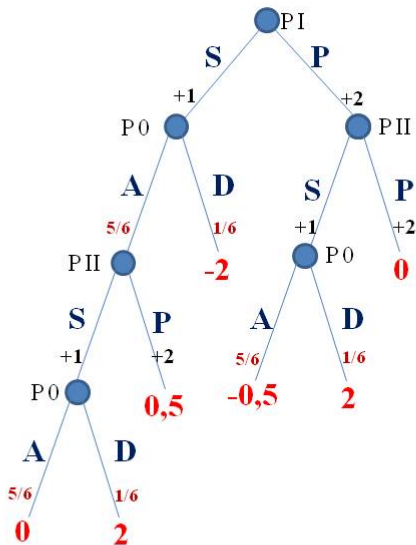
## Competizione e Strategia: Teoria dei Giochi

Giulia Bernardi, Roberto Lucchetti

5 novembre 2014

## Descrizione del gioco

- Due giocatori con una pistola a sei colpi ciascuno. In ogni pistola c'è un solo proiettile.
- I giocatori mettono un euro sul piatto per aver il diritto di giocare.
- Il giocatore 1 aggiunge un euro se decide di giocare, se invece si ritira ne aggiunge 2.
- Nel caso il giocatore 1 sopravviva al primo stadio, il giocatore due ha le stesse opzioni.
- Se entrambi sono vivi, si dividono il piatto, se uno è morto l'altro si tiene tutto il piatto.



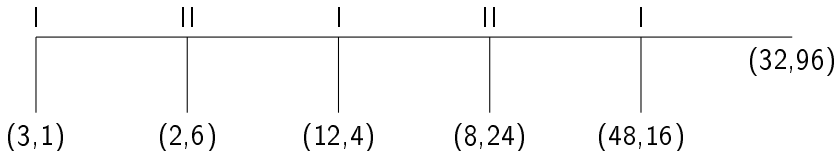
PI: Player I  
PII: Player II  
S: shoots  
P: passes  
A: alive  
D: dead

## Gioco del millepiedi

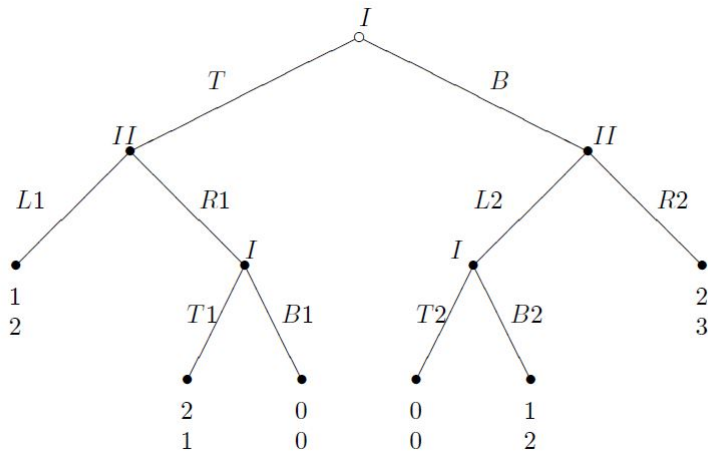
Sul tavolo ci sono due pile di monete: la prima con una moneta, la seconda con tre monete. Il primo giocatore può scegliere di prendere per sé la pila con più monete e lasciare all'altro la pila con meno monete o di passare. Ogni volta si passa il numero di monete di ogni gruppo raddoppia. Il secondo giocatore ha le stesse possibilità del primo e così via finché qualcuno non decide di prendere le monete.

## Gioco del millepiedi

Sul tavolo ci sono due pile di monete: la prima con una moneta, la seconda con tre monete. Il primo giocatore può scegliere di prendere per sé la pila con più monete e lasciare all'altro la pila con meno monete o di passare. Ogni volta si passa il numero di monete di ogni gruppo raddoppia. Il secondo giocatore ha le stesse possibilità del primo e così via finché qualcuno non decide di prendere le monete.



Quale sarà la soluzione del gioco rappresentato da questo albero?



Come abbiamo trovato la soluzione di tutti questi giochi?

Induzione a ritroso

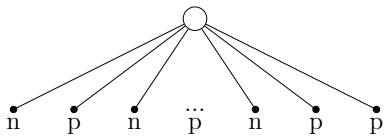
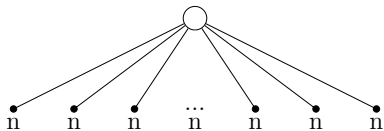
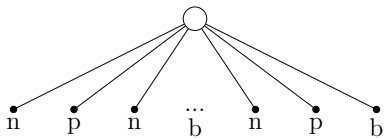
Possiamo risolvere i giochi finiti a informazione perfetta.

## Theorem (Teorema di Zermelo)

*Nel gioco degli scacchi, vale una sola di queste opzioni:*

- *il nero vince sempre*
- *il bianco vince sempre*
- *si ottiene sempre un pareggio*

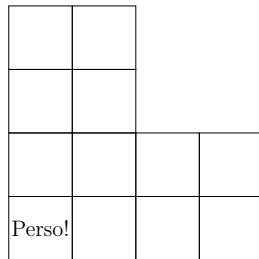
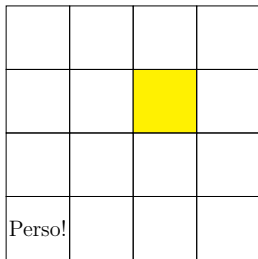




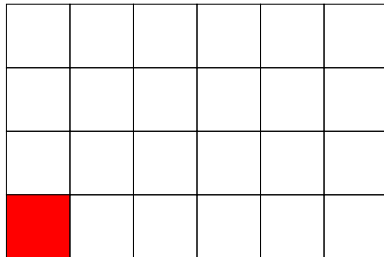
## Regole

Avete davanti una tavoletta di cioccolato. Ad ogni turno un giocatore sceglie un quadratino e lo mangia, insieme a tutti quelli che si trovano sopra di lui e alla sua destra.

L'ultimo quadratino in basso a sinistra è avvelenato. Perde chi è costretto a mangiarlo.



E se invece abbiamo un rettangolo?



Provate a giocare:

<http://www.math.ucla.edu/~tom/Games/chomp.html>

## Gioco di carte 1

Su un tavolo ci sono 15 carte, a turno ne potete prendere 1,2 o 3.  
Chi toglie le ultime carte rimaste sul tavolo vince.  
Preferite essere il primo o il secondo giocatore? E se ci fossero 16  
carte?

## Gioco di carte 1

Su un tavolo ci sono 15 carte, a turno ne potete prendere 1,2 o 3.  
Chi toglie le ultime carte rimaste sul tavolo vince.  
Preferite essere il primo o il secondo giocatore? E se ci fossero 16  
carte?

Come possiamo studiare questo gioco?

Troviamo delle regole generali?

Il giocatore che si trova in 0 ha perso. Ma anche quello che si trova  
in 4...

**P-position** posizioni in cui si perde: qualsiasi mossa faccio il mio avversario può vincere.

**N-position** posizioni in cui posso vincere: posso fare almeno una mossa per vincere.



Da un P-position posso andare solo in N-position.

Da una N-position ho almeno un modo per arrivare in una P-position.

## Gioco di carte 2

Su un tavolo ci sono 15 carte, a turno ne potete prendere 1,3 o 4.  
Chi toglie le ultime carte rimaste sul tavolo vince.  
Quale dei due giocatori ha una strategia vincente?  
E se ci fossero 79 carte?

## Gioco Nim

Su un tavolo ci sono tre mucchietti di carte, ad ogni turno un giocatore deve prendere quante carte vuole da uno solo dei mazzi. Vince chi prende le ultime carte rimaste sul tavolo. Se all'inizio troviamo 7, 5, e 14 carte, quale dei due giocatori ha una strategia vincente?

E se la disposizione iniziale fosse (10, 12, 6)?