

In Action With Math

Competizione e Strategia - Teoria dei Giochi

Roberto Lucchetti - Giulia Bernardi

Politecnico di Milano
www.gametheory.polimi.it

22 ottobre 2015

Gioco

Un modello per rappresentare le situazioni della vita quotidiana: due o più persone interagiscono, seguendo delle regole, dopo un certo numero di azioni arrivano ad uno stato finale che dipende dalle scelte di ognuno.

Giocatori

- Razionali → analisi del gioco, stabilire preferenze, costruire funzione di utilità...
- Egoisti → cercano di ottenere il meglio possibile

- Gioco non cooperativo: non esiste collaborazione tra i giocatori.
 - scacchi, dama
 - dilemma del prigioniero
 - contrattazione...
- Gioco cooperativo: accordi vincolanti tra i giocatori.
 - dividere delle spese
 - gestire una bancarotta
 - organi di governo...

Diversi concetti di soluzione a seconda delle caratteristiche del gioco

Giochi non cooperativi

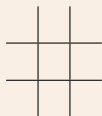
- contrattazione → offerta che verrà accettata
- scacchi, dama → quali mosse fare per vincere
- gioco del matrimonio → algoritmo per trovare coppie stabili

Giochi cooperativi

- dividere delle spese → quanto ciascuno deve pagare
- gestire una bancarotta → quanto rimborsare ad ogni creditore
- organi di governo → valutare il potere di ogni rappresentante

Tris

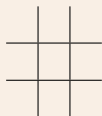
Accettereste una sfida a tris dove chi perde paga 100 euro al vincitore?



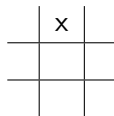
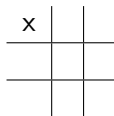
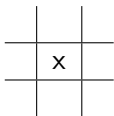
Preferite giocare per primi o per secondi?
Qual è la prima mossa migliore?

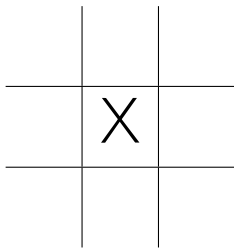
Tris

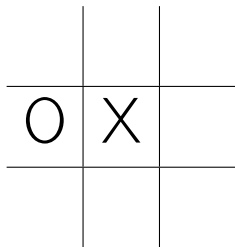
Accettereste una sfida a tris dove chi perde paga 100 euro al vincitore?



Preferite giocare per primi o per secondi?
Qual è la prima mossa migliore?







O	X	
	X	

	O	
O	X	
	X	

	O	
O	X	
X	X	

	O	O
O	X	
X	X	

	O	O
O	X	
X	X	

	X	

	O	O
O	X	
X	X	

	X	
O		

	O	O
O	X	
X	X	

X		
	X	
O		

	O	O
O	X	
X	X	

X		
	X	
O		O

	O	O
O	X	
X	X	

X		
	X	
O	X	O

	O	O
O	X	
X	X	

X	O	
	X	
O	X	O

	O	O
O	X	
X	X	

X	O	
	X	
O	X	O

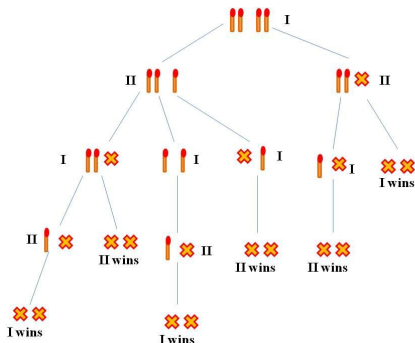
Se entrambi i giocatori sono razionali l'esito del gioco è sempre il pareggio!

Giochi Nim

Sul tavolo ci sono quattro fiammiferi divisi in due gruppetti, a turno ognuno può togliere dal tavolo uno o due fiammiferi dallo stesso gruppo. Perde chi toglie l'ultimo fiammifero.

Giochi Nim

Sul tavolo ci sono quattro fiammiferi divisi in due gruppetti, a turno ognuno può togliere dal tavolo uno o due fiammiferi dallo stesso gruppo. Perde chi toglie l'ultimo fiammifero.



Regole

Due giocatori sono davanti ad un tavolo dove ci sono 11 matite, a turno ne possono prendere 1, 2 o 3. Chi toglie le ultime matite rimaste sul tavolo vince.

Preferireste essere il primo o il secondo giocatore?

Regole

Due giocatori sono davanti ad un tavolo dove ci sono 11 matite, a turno ne possono prendere 1, 2 o 3. Chi toglie le ultime matite rimaste sul tavolo vince.

Preferireste essere il primo o il secondo giocatore?

Il giocatore che si trova in 0 ha perso. Ma anche quello che si trova in 4...

⇒ il primo giocatore ha una strategia vincente.

Posizioni P posizioni in cui si perde: qualsiasi mossa faccio il mio avversario può vincere.

Posizioni V posizioni in cui posso vincere: posso fare almeno una mossa per vincere.



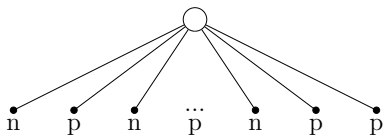
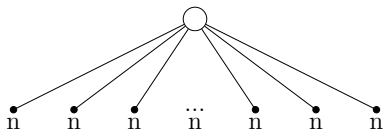
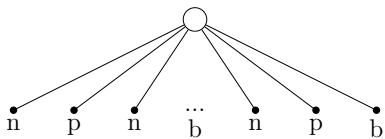
Da un P posso andare solo in posizioni V.

Da una posizione V ho almeno un modo per arrivare in una P.

Teorema

Nel gioco degli scacchi, vale una sola di queste opzioni:

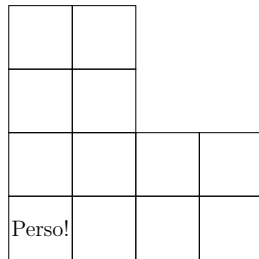
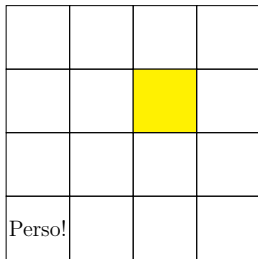
- *il nero vince sempre*
- *il bianco vince sempre*
- *si ottiene sempre un pareggio*



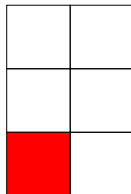
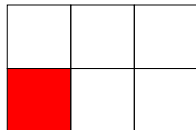
Regole

Avete davanti una tavoletta di cioccolato. Ad ogni turno un giocatore sceglie un quadratino e lo mangia, insieme a tutti quelli che si trovano sopra di lui e alla sua destra.

L'ultimo quadratino in basso a sinistra è avvelenato. Perde chi è costretto a mangiarlo.



E se invece abbiamo un rettangolo?



Teorema

Nel gioco del chomp il primo giocatore ha sempre una strategia vincente.

Ma qual è?

Provate a giocare:

<http://www.math.ucla.edu/~tom/Games/chomp.html>