

In Action With Math

Competizione e Strategia - Teoria dei Giochi

Roberto Lucchetti - Giulia Bernardi

Politecnico di Milano
www.gametheory.polimi.it

14 ottobre 2015

Gioco (dizionario)

Pratica consistente in una competizione fra due o più persone, regolata da norme convenzionali, e il cui esito, legato spesso a una vincita in denaro (posta del g.), dipende in maggiore o minor misura dall'abilità dei singoli contendenti e dalla fortuna.

Quindi?

Gioco

I giochi sono una situazione in cui due o più persone

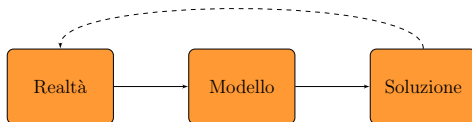
- interagiscono, seguendo delle regole
- dopo un certo numero di mosse arrivano a uno stato finale, che dipende dalle scelte di tutti
- hanno delle preferenze su tutti gli esiti possibili del gioco



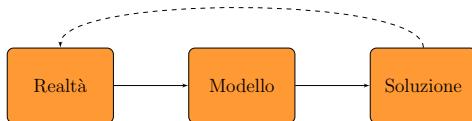
Il gioco è un modello per rappresentare le situazioni della vita quotidiana.

Teoria delle decisioni interattive

Cos'è la teoria dei giochi?



Cos'è la teoria dei giochi?



1944 - Von Neumann e Morgenstern
"Theory of Games and Economic Behaviour"

Applicazioni:

- Economia
- Scienze sociali
- Informatica
- Biologia
- Medicina...

Nobel:

- 1994 Harsanyi, Nash, Selten
- 2005 Aumann, Schelling
- 2007 Hurwicz, Maskin, Myerson
- 2012 Shapley, Roth

Chi sono i giocatori?

Ipotesi sul comportamento dei giocatori:

- razionali
 - capiscono le regole del gioco
 - sanno ordinare gli esiti del gioco esprimendo preferenze coerenti
 - costruiscono una funzione di utilità associata alle loro preferenze
 - fanno un'analisi completa del gioco
 - utilizzano le regole della probabilità
 - ...
- egoisti
 - l'obiettivo è massimizzare la propria funzione di utilità
 - preferenze altrui considerate solo per studiare le loro scelte

Beauty Contest

Ognuno deve scrivere su un foglio un numero qualsiasi da 1 a 100.
Per vincere il gioco bisogna aver scritto il numero che più si avvicina alla metà della media di tutti i numeri che sono stati scritti.
Quale numero dovete scrivere per vincere?

Beauty Contest

Ognuno deve scrivere su un foglio un numero qualsiasi da 1 a 100.
Per vincere il gioco bisogna aver scritto il numero che più si avvicina alla metà della media di tutti i numeri che sono stati scritti.
Quale numero dovete scrivere per vincere?

Analisi completa del gioco \implies la risposta è 1

Lotteria

In un negozio vengono venduti i biglietti per due diverse lotterie, la prima la lotteria Arrischio promette:

Premio	con probabilità
2500 euro	33%
2400 euro	66%
0	1%

Mentre la lotteria Bario garantisce una vincita di 2400 euro sempre. Per quale delle due lotterie comprereste il biglietto?

Esempio 2

Lotteria

In un negozio vengono venduti i biglietti per due diverse lotterie, la prima la lotteria Arrischio promette:

Premio	con probabilità
2500 euro	33%
2400 euro	66%
0	1%

Mentre la lotteria Bario garantisce una vincita di 2400 euro sempre. Per quale delle due lotterie comprereste il biglietto?

Saper utilizzare le regole della **probabilità** \implies calcolare il valore atteso dalla vincita delle due lotterie.

Lotteria A:

$$2500 \cdot 0,33 + 2400 \cdot 0,66 + 0 \cdot 0,01 = 2409$$

Gioco del matrimonio

In un villaggio ci sono tre ragazzi e tre ragazze in età da matrimonio. Il capovillaggio deve scegliere quali coppie sposare, il suo obiettivo è creare delle coppie stabili, ovvero assicurarsi che dopo aver celebrato i matrimoni non ci saranno tradimenti e tutti i giovani saranno felici.

Gioco del matrimonio

In un villaggio ci sono tre ragazzi e tre ragazze in età da matrimonio. Il capovillaggio deve scegliere quali coppie sposare, il suo obiettivo è creare delle coppie stabili, ovvero assicurarsi che dopo aver celebrato i matrimoni non ci saranno tradimenti e tutti i giovani saranno felici.

- **Razionalità** \implies ogni ragazzo riesce ad ordinare in ordine di preferenza le tre ragazze presenti nel villaggio e viceversa.
- **Egoismo** \implies ogni giocatore vuole ottenere il meglio per sé.

Gioco del matrimonio

In un villaggio ci sono tre ragazzi e tre ragazze in età da matrimonio. Il capovillaggio deve scegliere quali coppie sposare, il suo obiettivo è creare delle coppie stabili, ovvero assicurarsi che dopo aver celebrato i matrimoni non ci saranno tradimenti e tutti i giovani saranno felici.

- **Razionalità** \implies ogni ragazzo riesce ad ordinare in ordine di preferenza le tre ragazze presenti nel villaggio e viceversa.
- **Egoismo** \implies ogni giocatore vuole ottenere il meglio per sé.
- **Soluzione** \implies come trovare delle coppie stabili.

Esempio 3

A:	D	E	F
B:	E	D	F
C:	F	E	D

D:	C	A	B
E:	A	C	B
F:	B	A	C

Esempio 3

A:	D	E	F
B:	E	D	F
C:	F	E	D

D:	C	A	B
E:	A	C	B
F:	B	A	C

Soluzione

$(A, D) (B, E) (C, F)$

oppure

$(A, E) (B, F) (C, D)$

Esempio 3

A:	D	E	F
B:	E	D	F
C:	F	E	D

D:	C	A	B
E:	A	C	B
F:	B	A	C

Soluzione

$(A, D) (B, E) (C, F)$

oppure

$(A, E) (B, F) (C, D)$

Ma anche

$(A, D) (B, F) (C, E)$

Come le avete trovate? Come fare in un caso più generale?

Esempio 3 bis

A:	D	E	F
B:	E	D	F
C:	E	F	D

D:	C	A	B
E:	A	C	B
F:	C	A	B

Esempio 3 bis

A:	D	E	F
B:	E	D	F
C:	E	F	D

D:	C	A	B
E:	A	C	B
F:	C	A	B

Soluzione

$(A, D) (B, F) (C, E)$

Ci sono altre soluzioni?

Bancarotta

Una industria fallisce lasciando dei debiti con tre fornitori. Al primo fornitore si devono 100 euro, al secondo 200 euro e al terzo 300. Sfortunatamente il patrimonio a disposizione per saldare i debiti è pari a 300 euro.

L'insieme dei giocatori è l'insieme dei fornitori $N = \{1, 2, 3\}$. Ad ogni gruppo di fornitori la funzione v associa la quantità che possiamo assegnare al gruppo:

$$\begin{array}{lll} v(\emptyset) = 0 & & v(N) = 300 \\ v(1) = 0 & v(2) = 0 & v(3) = 0 \\ v(\{1, 2\}) = 0 & v(\{1, 3\}) = 100 & v(\{2, 3\}) = 200 \end{array} .$$

Bancarotta

Una industria fallisce lasciando dei debiti con tre fornitori. Al primo fornitore si devono 100 euro, al secondo 200 euro e al terzo 300. Sfortunatamente il patrimonio a disposizione per saldare i debiti è pari a 300 euro.

L'insieme dei giocatori è l'insieme dei fornitori $N = \{1, 2, 3\}$. Ad ogni gruppo di fornitori la funzione v associa la quantità che possiamo assegnare al gruppo:

$$\begin{array}{lll} v(\emptyset) = 0 & & v(N) = 300 \\ v(1) = 0 & v(2) = 0 & v(3) = 0 \\ v(\{1, 2\}) = 0 & v(\{1, 3\}) = 100 & v(\{2, 3\}) = 200 \end{array} .$$

Trovare la **soluzione** del gioco \implies come dividere la cifra.